

Bài 1. (2đ)

Cho các tập hợp: $A = (-\infty; 6]$; $B = (0; 8]$; $R = (-\infty; +\infty)$. Tìm các tập hợp sau:

$$A \cap B; \quad A \cup B; \quad A \setminus B; \quad B \setminus A; \quad C_R A; \quad C_R B$$

Bài 2. (2đ)

Cho tập hợp $A = \{\emptyset; 0; 1\}$. Gọi $P(A)$ là tập hợp tất cả các tập con của tập hợp A . (\emptyset là ký hiệu tập hợp rỗng)

a. Xác định chân trị (tính đúng, sai) của các mệnh đề dưới đây:

$$(i) \quad \emptyset \subset A; \quad (ii) \quad \emptyset \in A; \quad (iii) \quad 0 \subset A; \quad (iv) \quad \{\emptyset\} \in A$$

b. Hãy biểu diễn tập $P(A)$ ở dạng liệt kê các phần tử.

Bài 3. (2đ)

Cho tập hợp $A = \left\{x = 2^k \mid \frac{1}{16} < x \leq 8; k \in Z\right\}$ (Z là tập các số nguyên, ký hiệu: $2^{-n} = \frac{1}{2^n}$ với n là số tự nhiên)

Hãy viết lại tập A bằng cách liệt kê các phần tử.

Bài 4. (2đ)

Cho tứ giác (lồi) $ABCD$ và các mệnh đề sau đây:

P = "Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành";

Q = "Các đường chéo AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường".

Hãy chỉ ra chân trị (tính chất đúng, sai) của mỗi mệnh đề dưới đây:

$$a. P \Rightarrow Q; \quad b. Q \Rightarrow P; \quad c. \bar{P} \Rightarrow Q; \quad d. \bar{Q} \Rightarrow P; \quad e. \bar{Q} \Rightarrow \bar{P}; \quad f. P \Leftrightarrow Q; \quad g. \overline{P \Rightarrow Q}; \quad h. \overline{\bar{P} \Rightarrow Q}$$

Bài 5. (1đ)

Cho hai số tự nhiên m và n . Mệnh đề sau đây đúng hay sai, chứng minh:

$$m.n = 0 \Rightarrow (m = 0 \text{ hoặc } n = 0) \quad (\text{Lưu ý: } m.n \text{ chỉ phép nhân hai số tự nhiên thông thường})$$

Bài 6. (1đ)

Mệnh đề sau đây là đúng hay sai, chứng minh.

"Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì chúng bằng nhau"

Bài 1. (2 đ)

$$A \cap B = (0; 6]; \quad (0.25đ)$$

$$A \cup B = (-\infty; 8]; \quad (0.25đ)$$

$$A \setminus B = (-\infty; 0]; \quad (0.25đ)$$

$$B \setminus A = (6; 8]; \quad (0.25đ)$$

$$C_R A = (6; +\infty); \quad (0.5đ)$$

$$C_R B = (-\infty; 0] \cup (8; +\infty) \quad (0.5đ)$$

Bài 2. (2 đ)

a. Đúng mỗi mệnh đề cho 0.25đ

(i) Đ (ii) Đ (iii) S (iv) S

b. Đúng hai tập con cho 0.25đ (Đúng 2 phần tử của tập $P(A)$ cho 0.25đ)

$$P(A) = \{\emptyset; \{\emptyset\}; \{0\}; \{1\}; \{\emptyset, 0\}; \{\emptyset, 1\}; \{0, 1\}; A\}$$

Bài 3. (2 đ)

Đúng mỗi phần tử cho 0.25đ, biểu diễn đúng ký hiệu cho 0.25đ

$$A = \left\{ \frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 4; 8 \right\}$$

Bài 4. (2đ)

Xác định đúng chân trị mỗi mệnh cho 0.25đ

a. Đ b. Đ c. S d. S e. Đ f. Đ g. S (phủ định của a.) h. Đ (Phủ định của c.)

Bài 5. (1đ)

Mệnh đề đúng: 0.5đ

Chứng minh: (phản chứng), giả sử $m \neq 0$ và $n \neq 0$ theo định nghĩa phép nhân hai số tự nhiên dương ta có $m.n$ bằng tổng của n số dương m , tổng này dương. Vô lý. (phải giải thích được tích khác 0, cho 0.5đ)

Bài 6. (1đ)

Mệnh đề sai (0.25đ)

Chứng minh:

Học sinh chỉ ra được một trường hợp cụ thể: Hai tam giác không bằng nhau nhưng diện tích bằng nhau (0.75đ)

Ghi chú: Trong trường hợp, học sinh làm không trọn vẹn, hoặc làm cách khác, giáo viên sử dụng phép nhị phân để cho điểm

Bài 1. (3đ)

Giải các phương trình:

(a) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1;$ (b) $\sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos 3x;$

Bài 2. (4đ)

Giải các phương trình :

(a) $2 \cos^2 x - 3 \sin x = 2;$ (b) $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{9}\right)$

Bài 3. (1đ)

Chứng minh rằng: $\sin \frac{\pi}{15} > \sin \frac{37\pi}{18}$

Bài 4. (2đ)

Cho các phương trình sau:

(1) $\tan(x) = \tan(2009x);$ (2) $\tan(x) = -\tan(2010x)$

(a) Giải phương trình (1)

(b) Tìm những nghiệm của phương trình (1) mà đồng thời nó cũng là nghiệm của phương trình (2).

Bài 1 (3 đ)

a. (1.5đ)

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (1đ)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (0.5đ)$$

b. (1.5đ)

$$\sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos 3x \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} - 3x + k2\pi \\ x - \frac{2\pi}{3} = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in Z) \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in Z); \quad (0.5đ)$$

Bài 2 (4đ)

(a) (2đ)

$$2\cos^2 x - 3\sin x = 2 \Leftrightarrow 2(1 - \sin^2 x) - 3\sin x = 2$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x = 0 \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \quad (0.5đ) \\ \sin x = -\frac{3}{2} \quad (\text{phương trình này vô nghiệm } 0.5đ) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in Z) \quad (0.5đ)$$

(b) (2đ)

$$\sqrt{3}\cos x - \sin x = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{9}\right) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{9}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{9}\right) \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = x - \frac{\pi}{9} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = -x + \frac{\pi}{9} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in Z) \quad (0.5đ)$$

Trường hợp $x + \frac{\pi}{6} = x - \frac{\pi}{9} + k2\pi$, vô nghiệm (vì $\frac{5}{18} = 2k$ là số nguyên là vô lý) (0.5đ)

Trường hợp $x + \frac{\pi}{6} = -x + \frac{\pi}{9} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{36} + k\pi \quad (k \in Z)$ (và kết luận (0.5đ))

Bài 3 (1đ)

$$\frac{37\pi}{18} = 2\pi + \frac{\pi}{18}$$

nên $\sin \frac{37\pi}{18} = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{18}\right) = \sin \frac{\pi}{18}$ (0.25đ)

Mặt khác $0 < \frac{\pi}{18} < \frac{\pi}{15} < \frac{\pi}{2}$ và hàm sin đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ (0.5đ)

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{15} > \sin \frac{37\pi}{18} \quad (0.25đ)$$

Bài 4 (2đ)

(a) (1đ)

Phương trình (1) tương đương $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ 2009x = x + k\pi \quad (k \in Z) \end{cases} \quad (0.25đ)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \quad (i) \\ x = \frac{k\pi}{2008} \quad (k \in Z) \quad (ii) \end{cases} \quad (\text{Có chú ý đến điều kiện (i) cho 0.5đ})$$

Giả sử $k = 2 \cdot 2008q + r$ (với $q, r \in Z; 0 \leq r < 2 \cdot 2008$)

(ii)

$$\Leftrightarrow x = q2\pi + \frac{r\pi}{2008}; \quad \cos(x) \neq 0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{r\pi}{2008}\right) \neq 0 \Leftrightarrow \left(\frac{r\pi}{2008} \neq \frac{\pi}{2} \text{ và } \frac{r\pi}{2008} \neq \frac{3\pi}{2}\right) \Leftrightarrow (r \neq 1004)$$

TRƯỜNG THPT VÕ MINH ĐỨC

và $r \neq 3012$)

Vậy nghiệm của (1) dạng : $x = \frac{r\pi}{2008} + q2\pi$ (với $q, r \in \mathbb{Z}$; $0 \leq r < 2.2008$; $r \neq 1004$ và $r \neq 3012$)

(0.25đ)

(b) (1đ)

Cách chấm:

+ Chứng tỏ được nghiệm của (1) và của (2) dạng $x = q\pi$ ($q \in \mathbb{Z}$) cho 0.5đ

+ Ngược lại, $x = q\pi$ ($q \in \mathbb{Z}$) là nghiệm của (1) và (2)

Kết luận (0.25đ)

Dưới đây là một lời giải:

Giả sử x_0 là nghiệm của (1) $\Rightarrow x_0 = \frac{k\pi}{2008}$ ($k \in \mathbb{Z}$); giả sử $k = 2008q + r$ (với $q, r \in \mathbb{Z}$;

$0 \leq r < 2008$)

khi đó $x_0 = q\pi + \frac{r\pi}{2008}$ (với $q, r \in \mathbb{Z}$; $0 \leq r < 2008$);

$2010x_0 = 2010q\pi + r\pi + \frac{2r\pi}{2008}$

x_0 là nghiệm của (2) $\Rightarrow \tan\left(\frac{r\pi}{2008}\right) = -\tan\left(\frac{2r\pi}{2008}\right) \Rightarrow$

$\frac{r\pi}{2008} = -\frac{2r\pi}{2008} + m\pi$ ($m \in \mathbb{Z}$) $\Rightarrow \frac{3r}{2008} = m \Rightarrow r = 0$ (vì $0 \leq r < 2008$ nên $m = 0, 1, 2$)

Tức là $x_0 = q\pi$ ($q \in \mathbb{Z}$)

Ngược lại, dễ dàng kiểm tra được $x_0 = q\pi$ ($q \in \mathbb{Z}$) vừa là nghiệm của (1) đồng thời vừa là nghiệm của (2)

Ghi chú: Trong trường hợp, học sinh làm không trọn vẹn, hoặc làm cách khác, giáo viên sử dụng phép nhị phân để cho điểm

TRƯỜNG THPT VÕ MINH ĐỨC

ĐỀ KIỂM TRA MỘT TIẾT MÔN TOÁN 12 (Bài số1-HK I 09-10-Ngày 15/10/2009)

Thời gian:45phút

Bài 1. (6đ)

Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2$

- Khảo sát tính đơn điệu và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Chứng minh đồ thị (C) của hàm số nhận điểm $I(1;2)$ làm tâm đối xứng.

Bài 2. (4đ)

Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m + 1}{x + 1}$ (m là tham số)

- Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x_0 = 1$.
- Giả sử hàm số đạt cực trị tại x_0 . Chứng minh rằng: giá trị của hàm số tại x_0 là $2x_0 - 2m$.
- Tìm các giá trị của m để cho hàm số đạt cực trị tại hai điểm phân biệt, đồng thời các giá trị của hàm số tại các điểm này cùng dấu nhau.

Bài 1. (6đ)

a. (5đ)

Miền xác định: \mathbb{R} (0.5đ)

Tính đơn điệu và cực trị: $y' = -3x^2 + 6x$; (0.5đ) $y' = 0 \Leftrightarrow$
 $(x = 0 \text{ hoặc } x = 2)$ (0.5đ)

bảng biến thiên:

Hàm số nghịch biến (giảm) trên các khoảng: $(-\infty; 0); (2; +\infty)$ (0.75đ)Hàm số đồng biến trên (tăng) trên khoảng $(0; 2)$ (0.5đ)Cực tiểu: $(x = 0; y = 0)$ (0.5đ) Cực đại: $(x = 2; y = 4)$ (0.5đ) Điểm uốn: $(1; 2)$ (0.25đ)

Đồ thị:

+ Đúng dạng (tăng/giảm) (0.25đ)

+ Đúng vị trí tương đối so với trục tọa độ (đúng cực tiểu là gốc tọa độ) (0.5đ); Chú thích đúng
 (0.25đ)

b. (1đ)

Thực hiện đổi tọa độ IXY $\begin{cases} x = 1 + X \\ y = 2 + Y \end{cases}$

 $2 + Y = -(1 + X)^3 + 3(1 + X)^2 \Leftrightarrow Y = -X^3 + 3X$; Hàm $Y = -X^3 + 3X$ là hàm lẻ, suy ra đpcm

Bài 2. (4đ)

a. (2đ)

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3m - 1}{(x + 1)^2} \quad (0.5đ)$$

Điều kiện cần:

$$\text{Giả sử hàm số đạt cực trị tại } x_0 = 1 \Rightarrow y'(1) = 0 \Rightarrow m = \frac{2}{3} \quad (0.5đ)$$

Điều kiện đủ:

$$\text{Giả sử } m = \frac{2}{3}; \text{ khi đó: } y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}; \quad (0.5đ)$$

$y' = 0 \Leftrightarrow (x = -3 \text{ hoặc } x = 1)$; Dựa vào bảng xét dấu y' nhận thấy hàm số đạt cực tiểu tại
 $x_0 = 1$ (0.5đ) Vậy $m = \frac{2}{3}$

b. (1đ)

$$\text{Ta có } y' = \frac{(2x - 2m)(x + 1) - (x^2 - 2mx + m + 1)}{(x + 1)^2}$$

$$y'(x_0) = 0 \Rightarrow (2x_0 - 2m)(x_0 + 1) - (x_0^2 - 2mx_0 + m + 1) = 0$$

$$\text{suy ra: } y(x_0) = \frac{x_0^2 - 2mx_0 + m + 1}{x_0 + 1} = 2x_0 - 2m.$$

c. (1đ)

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3m - 1}{(x + 1)^2}$$

Điều kiện cần và đủ để hàm số có hai cực trị là $3m + 2 > 0$ (0.25đ)Giả sử hàm số đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 , khi đó: $y(x_1) = 2(x_1 - m); y(x_2) = 2(x_2 - m)$ Với chú ý x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình: $x^2 + 2x - 3m - 1$ nên $x_1 + x_2 = -2; x_1 x_2 = -3m - 1$

$$y(x_1) \cdot y(x_2) = 4(x_1 - m)(x_2 - m) = 4(x_1 x_2 - m(x_1 + x_2) + m^2) = 4(m^2 - m - 1) \quad (0.25đ)$$

vậy:

$$\text{Yêu cầu } \Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 2 > 0 \\ m^2 - m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\frac{2}{3}; \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right) \cup \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; +\infty \right) \quad (0.5đ)$$

Ghi chú: +Trong trường hợp, học sinh làm không trọn vẹn, hoặc làm cách khác, giáo viên sử dụng phép nhị phân để cho điểm

+ Cách làm tròn tổng điểm toàn bài (1/4 \rightarrow 0; 0.5, 0.75 \rightarrow 1)

Bài 1. (1đ)

Cho tam giác đều ABC . Hãy xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a. $\vec{AB} = \vec{AC}$; b. $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|$; c. $|\vec{AB}| = |-\vec{AC}|$; d. $\vec{AB} = -\vec{CA}$

Bài 2. (5đ)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{OA} = -4\vec{i}$; $\vec{OB} = -3\vec{i} + \vec{j}$ (Ký hiệu \vec{i}, \vec{j} lần lượt là véc tơ đơn vị của trục Ox, Oy)

a. Tìm tọa độ các điểm A, B . Chứng tỏ O, A, B không thẳng hàng.

b. Tìm tọa độ điểm C sao cho tứ giác $OABC$ là hình bình hành.

c. Tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC .

d. Tìm tọa độ điểm D sao cho $2\vec{AB} - 3\vec{AD} = \vec{0}$

Bài 3. (2đ)

Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài của cạnh là a . Giả sử M là điểm tùy ý trên đường tròn đi qua các đỉnh của hình vuông. Tính $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}|$ theo a .

Bài 4.(2đ)

Cho tam giác ABC , gọi K là điểm đối xứng của B qua C , M là trung điểm của AB , N là điểm thỏa $3\vec{AN} = 2\vec{AC}$.

a. Biểu diễn \vec{KN} theo \vec{AB} và \vec{AC} .

b. Chứng minh rằng ba điểm K, M, N thẳng hàng.

Bài 1. (1đ)

Mỗi câu đúng cho (0.25đ)

a. Sai; b. Đúng; c. Đúng; d. Sai

Bài 2. (5đ)

a. (2đ)

$A(-4;0); B(-3;1)$; (Đúng mỗi thành phần tọa độ cho 0.25đ)

\vec{OA} và \vec{OB} không cùng phương nên O, A, B không thẳng hàng (1đ)

b. (1đ)

$C(x;y) \Rightarrow \vec{OC} = (x;y)$

$\vec{AB} = (1;1)$

O, A, B không thẳng hàng nên:

Tứ giác $OABC$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{OC}$ (0.5đ) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy $C(1;1)$ (0.5đ)

c. (1đ)

$G(x;y) \Rightarrow \vec{OG} = (x;y)$

G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$ (0.5đ)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 + (-3) + 1 = 3x \\ 0 + 1 + 1 = 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy Trọng tâm tam giác ABC là $G(-2; \frac{2}{3})$ (0.5đ)

d. (1đ)

Giả sử $D(x;y), \vec{AD} = (x+4;y)$ (0.25đ)

$$2\vec{AB} - 3\vec{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 3(x+4) = 0; \\ 2 - 3y \end{cases} \quad (0.25đ) \Leftrightarrow \left(x = -\frac{10}{3}; y = \frac{2}{3}\right). \text{ Vậy } D\left(-\frac{10}{3}; \frac{2}{3}\right) \quad (0.5đ)$$

Bài 3. (2đ)

Gọi O là tâm của hình vuông (Cũng là tâm đường tròn qua các đỉnh hình vuông, đồng thời là trung điểm của các đường chéo)

Ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO} + \vec{OA} + \vec{OC} + \vec{OB} + \vec{OD} = 4\vec{MO}$

Suy ra: $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}| = |4\vec{MO}| = 4MO = 4OA = 2AC = 2a\sqrt{2}$

Bài 4. (2đ)

a. (1đ)

$$\vec{KN} = \vec{KC} + \vec{CN} = \vec{CB} + \vec{CN} = \vec{AB} - \vec{AC} - \frac{1}{3}\vec{AC} = \vec{AB} - \frac{4}{3}\vec{AC}$$

b. (1đ)

$$\vec{KM} = \vec{KB} + \vec{BM} = 2\vec{CB} - \frac{1}{2}\vec{AB} = 2(\vec{AB} - \vec{AC}) - \frac{1}{2}\vec{AB} = \frac{3}{2}\vec{AB} - 2\vec{AC} = \frac{3}{2}\vec{KN}$$

Suy ra K, M, N thẳng hàng.

TRƯỜNG THPT VÕ MINH ĐỨC

ĐỀ KIỂM TRA MỘT TIẾT MÔN TOÁN 11 (Bài số 2-HK I 09-10-Ngày 19/11/2009)

Thời gian:45phút

Bài 1. (2.5đ)

Cần xếp 30 hành khách du lịch vào 6 toa tàu điện. (Số lượng khách trên một toa có thể lớn hơn 30)

- Hỏi có bao nhiêu cách xếp?
- Hỏi có bao nhiêu cách xếp để toa thứ nhất có đúng 4 hành khách?

Bài 2. (1.5đ)

Một lớp có 25 học sinh, chọn 3 học sinh ứng với các chức danh: Lớp trưởng, Lớp phó, Bí thư chi đoàn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Bài 3. (1đ)

Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{12}$

Bài 4. (5đ)

Một hộp bi (các viên bi cùng kích thước, đồng chất) có n viên bi màu xanh và m viên bi màu đỏ. Người ta thực hiện một phép thử: chọn ngẫu nhiên cùng lúc k viên bi.

1. Trong trường hợp: $n = 2$, $m = 3$, $k = 3$.

- Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử.
- Gọi A là biến cố "Có 1 bi màu xanh và 2 bi màu đỏ". Với mô tả không gian mẫu ở câu a. Hãy chỉ ra tập các kết quả thuận lợi cho A . Tính xác suất của A .
- Gọi B là biến cố "Tất cả các bi cùng màu". Hãy phát biểu biến cố \bar{B} , tính xác suất của \bar{B} .

2. Trong trường hợp tổng quát:

- Giả sử các số nguyên dương a , b thỏa $a \leq n$, $b \leq m$. Hãy tìm công thức tính xác suất để k viên bi được chọn có a viên màu xanh và b viên màu đỏ.
- Hãy tìm công thức tính xác suất để k viên bi được chọn là không cùng một màu.

Bài 1. (2.5đ)

a. (1đ)

Mỗi hành khách có 6 cách xếp, theo nguyên lý nhân cho ta: 6^{30} cách xếp

b. (1.5đ)

Xếp cho toa thứ nhất: có C_{30}^4 cách xếp. (0.5đ)

Sau khi xếp toa thứ nhất, còn lại 26 hành khách xếp vào 5 toa còn lại, có 5^{26} cách xếp (0.5đ)

Theo nguyên lý nhân có $5^{26} \cdot C_{30}^4 = 5^{26} \cdot \frac{30!}{26!4!}$ cách xếp thỏa toa thứ nhất có đúng 4 hành khách.

(0.5đ)

Bài 2. (1.5đ)

Mỗi cách chọn tương ứng với một bộ có thứ tự gồm 3 thành phần (một chỉnh hợp chập 3 từ 25 phần tử đã cho) (0.5đ)

Số cách chọn là $A_{25}^3 = \frac{25!}{22!} = 23 \cdot 24 \cdot 25$ (1đ)

Bài 3. (1đ)

Sử dụng: $(a + b)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k a^k b^{12-k}$ với $a = x; b = \frac{1}{x} = x^{-1}$

$a^k b^{12-k} = x^k x^{k-12} = x^{2k-12}$; số hạng không chứa x ứng với k thỏa $2k - 12 = 0 \Leftrightarrow k = 6$ (0.5đ)

Số hạng cần tìm: $C_{12}^6 = \frac{12!}{6!6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 924$ (0.5đ)

Bài 4. (5đ)

1. (3đ)

a. (1đ) Đánh dấu các viên bi lần lượt là 1,2,3,4,5. Trong đó bi xanh lần lượt là số 1, 2; bi đỏ lần lượt là số 3,4,5

Không gian mẫu:

$\Omega = \{\{1, 2, 3\}; \{1, 2, 4\}; \{1, 2, 5\}; \{1, 3, 4\}; \{1, 3, 5\}; \{1, 4, 5\}; \{2, 3, 4\}; \{2, 3, 5\}; \{2, 4, 5\}; \{3, 4, 5\}\}$ (10 phần tử)

b.(1đ) $\Omega_A = \{\{1, 3, 4\}; \{1, 3, 5\}; \{1, 4, 5\}; \{2, 3, 4\}; \{2, 3, 5\}; \{2, 4, 5\}\}$ (6 phần tử)

Xác suất của A là $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

c. (1đ) \bar{B} = "Tất cả các bi không cùng màu" (0.25đ)

Xác suất của B là $P(B) = \frac{1}{10}$ (0.25đ) $\Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ (0.5đ)

2. (2đ)

A là biến cố "Có a viên bi màu xanh". B là biến cố "Có b viên bi màu đỏ".

C là biến cố "Tất cả k viên bi cùng màu xanh". D là biến cố "Tất cả k viên bi cùng màu đỏ".

Số phần tử của không gian mẫu: C_{n+m}^k

a. (1đ)

Xác suất cần tìm $P(AB) = \frac{C_n^a C_m^b}{C_{n+m}^k} = \frac{C_n^a C_m^b}{C_{n+m}^{a+b}}$

b. (1đ)

Trong câu này ta quy ước ký hiệu $C_n^k = 0$ nếu như $k > n$.

$P(C) = \frac{C_n^k}{C_{n+m}^k}$ (bằng 0 nếu $k > n$)

$P(D) = \frac{C_m^k}{C_{n+m}^k}$ (bằng 0 nếu $k > m$)

$P(C \cup D) = P(C) + P(D) = \frac{C_n^k + C_m^k}{C_{n+m}^k}$

Xác suất để có tất cả k viên bi không cùng một màu là: $1 - P(C \cup D) = 1 - \frac{C_n^k + C_m^k}{C_{n+m}^k}$ (Với

chú ý ký hiệu đã nêu, trong trường hợp học sinh các trường hợp $k < n; k < m$ thì trừ 0.5đ)

(Lưu ý: Học sinh có thể cho cách giải khác, giám khảo dùng phép nhị phân để cho điểm)

TRƯỜNG THPT VÕ MINH ĐỨC

ĐỀ KIỂM TRA MỘT TIẾT MÔN TOÁN 10 (Bài số 3-HK I 09-10-Ngày 26/11/2009)

Bài 1. (2đ)

Xét tính chất đơn điệu của hàm số $y = \frac{1}{1-x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$

Bài 2. (2.5đ)

Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất: $(m^2 - 1)x^2 - 2(m + 1)x - 1 = 0$

Bài 3. (2.5đ)

Giải và biện luận hệ phương trình sau theo tham số m :

$$\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2m \end{cases}$$

Bài 4. (3đ)

Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + xy = 0 \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

a. Giải hệ khi $a = 8$

b. Tìm a để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Bài 1. (2đ)

$$x_1, x_2 \in (1; +\infty), x_1 \neq x_2,$$

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{1}{(1 - x_1)(1 - x_2)} > 0 \quad (1đ), \text{ Vậy hàm số đồng biến trên } (1; +\infty). (1đ)$$

Bài 2. (2.5đ)

$$m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (m = -1 \text{ hoặc } m = 1) \quad (0.25đ)$$

$$\Delta' = 2m(m + 1) \quad (0.25đ)$$

$$2m(m + 1) = 0 \Leftrightarrow (m = 0 \text{ hoặc } m = -1)$$

Trường hợp $m = -1$: Phương trình vô nghiệm. (0.5đ)

Trường hợp $m = 1$ phương trình đã cho là: $-4x - 1 = 0$, có duy nhất 1 nghiệm. (0.5đ)

Trường hợp $m \neq 1$ và $m \neq -1$. Phương trình đã cho có duy nhất 1 nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 0$. (0.5đ)

Kết luận: $m = 0$ hoặc $m = 1$ (0.5đ)

Bài 3. (2.5đ)

$$D = \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1; D_x = \begin{vmatrix} m+1 & 1 \\ 2m & m \end{vmatrix} = m^2 - m; D_y = \begin{vmatrix} m & m+1 \\ 1 & 2m \end{vmatrix} = 2m^2 - m - 1$$

$$D = 0 \Leftrightarrow (m = -1 \text{ hoặc } m = 1) \quad (1đ)$$

Trường hợp $m = 1$: $D = D_x = D_y = 0$ Phương trình có vô số nghiệm thỏa:

$$\begin{cases} x = \alpha \\ y = 2 - \alpha \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbf{R}) \quad (0.5đ)$$

Trường hợp $m = -1$: $D = 0$; $D_x = 2 \neq 0$. Hệ vô nghiệm. (0.5đ)

Trường hợp $m \neq 1$ và $m \neq -1$: $D \neq 0$. Hệ có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} x = \frac{m}{m+1} \\ y = \frac{2m+1}{m+1} \end{cases} \quad (0.5đ)$$

Bài 4. (3 đ)

a. (2đ)

$$\text{Đặt } S = x + y; P = xy,$$

Khi đó x, y lần lượt là các nghiệm của phương trình $t^2 - st + p = 0$. (*)

$$\begin{cases} s + p = 0 \\ s^2 - 2p = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = -s \\ s^2 + 2s - 8 = 0 \end{cases} \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow (s = 2; p = -2) \text{ hoặc } (s = -4; p = 4) \quad (0.5đ)$$

Trường hợp $s = 2; p = -2$, (*) cho ta hai nghiệm $t = 1 \pm \sqrt{3}$:

$$\text{Nghiệm của hệ: } (x = 1 - \sqrt{3}, y = 1 + \sqrt{3}); (x = 1 + \sqrt{3}, y = 1 - \sqrt{3}) \quad (0.5đ)$$

Trường hợp $s = -4; p = 4$, (*) cho ta nghiệm kép $t = -2$;

$$\text{Nghiệm của hệ: } (x = -2, y = -2) \quad (0.5đ)$$

Kết luận:

$$\text{Hệ có 3 nghiệm: } (x = 1 - \sqrt{3}, y = 1 + \sqrt{3}); (x = 1 + \sqrt{3}, y = 1 - \sqrt{3}); (x = -2, y = -2)$$

b. (1đ)

Giả sử hệ đã cho có nghiệm duy nhất là (x_0, y_0) , do (y_0, x_0) cũng là nghiệm nên $y_0 = x_0$

Thay vào hệ suy ra:

$$\begin{cases} 2x_0 + x_0^2 = 0 & (1) \\ 2x_0^2 = a & (2) \end{cases} \Rightarrow (a = 0 \text{ hoặc } a = 8) \quad (0.5đ)$$

Ngược lại,

$a = 8$ theo kết quả câu a. hệ không có nghiệm duy nhất.

$a = 0$, hệ đã cho là

$$\begin{cases} x + x + xy = 0 \\ x^2 + y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (x = 0; y = 0) \text{ (Nghiệm duy nhất)}$$

TRƯỜNG THPT VÕ MINH ĐỨC

Kết luận: $a = 0$. (0.5đ)

TRƯỜNG THPT VÕ MINH ĐỨC

ĐỀ KIỂM TRA MỘT TIẾT MÔN TOÁN 11 (Bài số 3-HK I 09-10-Ngày 30/11/2009)

Bài 1. (7đ)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (hai cạnh bên AD và BC không song song). Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm các cạnh bên SA, SB, SC, SD . Gọi E, F lần lượt là các điểm trong của các tam giác SAD và SBC .

- Chứng minh các điểm A', B', C', D' đồng phẳng.
 - Xác định giao tuyến của các (SEF) và $(ABCD)$; Tìm giao điểm của EF và mặt phẳng (SAC)
 - Xác định giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau: (SAB) và (SCD) ; (CEF) và (SAD)
- (Lưu ý: học sinh có thể vẽ hình cho từng câu riêng biệt)

Bài 2. (3đ)

Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi E là trung điểm cạnh AD , F là điểm bất kỳ nằm trong tam giác ABC (không nằm trên cạnh của tam giác), G là trọng tâm tam giác BDC .

- Chứng minh các điểm E, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng.
- Xác định giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng (EFG) .

TRƯỜNG THPT VÕ MINH ĐỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM KIỂM TRA MỘT TIẾT MÔN TOÁN 11 (Bài số 3-HK I 09-10-Ngày 30/11/2009)

Bài 1. (7đ)

Vẽ được hình chóp (0.5đ)

Vẽ được các điểm A', B', C', D' (đúng quan hệ song song (tương đối)) (0.5đ)

a. (1đ)

$A'B' // C'D'$ (vì cùng song song với các đáy hình thang)

Suy ra A', B', C', D' đồng phẳng.

b. (2đ)

+ Xét (SEF) và $(ABCD)$:

SE cắt AD tại M , SF cắt BC tại N . Giao tuyến của hai mặt trên là đường thẳng MN (M là điểm chung vì cùng nằm trên SE và AD , tương tự cho N) (1đ)

+ Gọi K là giao điểm của MN và AC . J là giao điểm của SK và EF . J là giao điểm của EF và (SAC)

Chứng minh: $J \in (SAC)$ (vì thuộc SK , $SK \subset (SAC)$) (1đ)

c. (3đ)

+ Xét (SAD) và (SBC) :

S là điểm chung

Hai mặt trên lần lượt đi qua các đường thẳng AB và CD , hai đường này song song,

suy ra giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AB (hoặc CD) (1.5đ)

+ Xét (CEF) và (SAD) :

E là điểm chung,

CJ cắt SA tại P . Giao tuyến của hai mặt trên là PE . (P là điểm chung vì nằm trên SA và CJ mà

$CJ \subset (CEF)$) (1.5đ)

Bài 2. (3đ)

a. (1đ)

Chứng minh phản chứng: Giả sử E, B, C, D cùng nằm trong một mặt phẳng (α) . Ta có $A \in ED$, $ED \subset (\alpha) \Rightarrow A \in (\alpha)$. Vậy 4 điểm A, B, C, D cùng thuộc (α) , Vô lý.

b. (2đ)

Cách xác định: (1đ)

Gọi J là trung điểm BC . (Tính chất trọng tâm ta cũng có J là giao điểm của DG và BC)

Gọi P là giao điểm của AJ và DG (Tồn tại giao điểm này vì: E là trung điểm AD , G không là trung điểm DJ)

Gọi Q là giao điểm của BC và PF (Tồn tại giao điểm này vì P và F cùng nằm trong (ABC) và khác phía so với BC). Ta chứng minh Q là giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng (EFG) .

Chứng minh: (1đ) $P \in EG \Rightarrow P \in (EFG)$. $Q \in PF \Rightarrow Q \in (EFG)$. Theo cách xác định $Q \in BC$. Vậy có đpcm.

TRƯỜNG THPT VÕ MINH ĐỨC

ĐỀ KIỂM TRA MỘT TIẾT MÔN TOÁN 12 (Bài số 2-HK I 09-10-Ngày 05/12/2009)

Bài 1. (2đ)

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x + 1 + \frac{1}{x+1}$

Bài 2. (6đ)

Giải các phương trình sau:

a. $\log_x(5x^2 + 4x) = 0$; b. $2^{x+1} = 3^x$;

c. $\log_x 2 + \log_2 x = 2$; d. $4^x = 2 \cdot 14^x + 3 \cdot 49^x$

Bài 3. (2đ)

Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{4}\right)^x$

a. Tính giá trị của hàm số tại $x = 1$.

b. Xét tính chất đơn điệu của hàm số.

c. Giải phương trình: $2^x = 3 \cdot 2^{\frac{x}{2}} + 1$

HƯỚNG DẪN CHẤM KIỂM TRA MỘT TIẾT MÔN TOÁN 12 (Bài số 2-HK I 09-10-Ngày 5/12/2009)

Bài 1 (2đ)

(i) Miền xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

(ii) Tiệm cận: Đứng $x = -1$; Xiên: $y = x + 1$

(iii) Tính chất đơn điệu:

$$y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow (x = 0 \text{ hoặc } x = -2)$$

Bảng biến thiên:

Hàm số đồng biến trên các khoảng: $(-\infty; -2), (0; +\infty)$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng: $(-2; -1), (-1; +\infty)$

Cực đại: $(x = -2; y = -2)$; cực tiểu: $(x = 0; y = 2)$

(iv) Đồ thị:

Bài 2 (6đ)

a. (1.5đ)

$$\log_x(5x^2 + 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0; x \neq 1 \\ 5x^2 + 4x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$$

b. (1.5đ)

$$2^{x+1} = 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{2}} 2$$

c. (1.5đ)

$$\log_x 2 + \log_2 x = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 x} + \log_2 x = 2 \Leftrightarrow \log_2 x = 1 \Leftrightarrow x = 2$$

d. (1.5đ)

$$4^x = 2 \cdot 14^x + 3 \cdot 49^x \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x \cdot 7^x - 3 \cdot (7^x)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\left(\frac{2}{7}\right)^x\right)^2 - 2\left(\frac{2}{7}\right)^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{7}\right)^x = -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ \left(\frac{2}{7}\right)^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{2}{7}} 3$$

Bài 3. (2đ)

a.(0.25đ)

$$y(1) = 1$$

b. (0.75đ)

$$x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2$$

ta có:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x_1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x_2} \text{ và } \left(\frac{1}{4}\right)^{x_1} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x_2}$$

$$\text{suy ra } \left(\frac{3}{4}\right)^{x_1} + \left(\frac{1}{4}\right)^{x_1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x_2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{x_2}$$

Vậy hàm số giảm trên \mathbb{R} .

c. (1đ)

$$2^x = 3 \cdot 2^{\frac{x}{2}} + 1 \Leftrightarrow 4^{\frac{x}{2}} = 3 \cdot 2^{\frac{x}{2}} + 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{x}{2}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{x}{2}} = 1 \quad (*) \quad (0.5đ)$$

Từ kết quả câu b. suy ra hàm $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{x}{2}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{x}{2}}$ cũng là hàm giảm trên \mathbb{R} .

$x = 2$ là nghiệm của phương trình (*) và do hàm nói trên đơn điệu giảm nên $x = 2$ cũng là nghiệm duy nhất của phương trình. (0.5đ)

TRƯỜNG THPT VÕ MINH ĐỨC

ĐỀ KIỂM TRA MỘT TIẾT MÔN TOÁN 12 (Bài số 3-HK I 09-10-Ngày 10/12/2009)

Bài 1. (8đ)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A và đồng thời vuông góc SC , (α) cắt các cạnh SB , SC lần lượt tại E và F .

a. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$

b. Chứng minh rằng: AE vuông góc với mặt phẳng (SBC) ; các điểm A, B, C, E, F cùng nằm trên một mặt cầu.

c. Chứng minh hai tam giác SEF và SCB đồng dạng, tính tỉ số diện tích của hai tam giác đó.

d. Tính tỉ số thể tích giữa khối chóp $S.AEF$ và khối chóp $S.ABC$, suy ra thể tích khối đa diện $ABCFE$.

Bài 2. (2đ)

Cho hình tứ diện $ABCD$, M là một điểm trên cạnh AB , gọi (α) là mặt phẳng đi qua M đồng thời song song với mặt phẳng (BCD) . Xác định vị trí của M để (α) chia khối tứ diện thành hai phần có thể tích bằng nhau.

Bài 1 (8đ)

Hình vẽ (0.5đ)

a. (1.5đ)

$$\text{Diện tích đáy } ABC: S = a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1đ)$$

$$\text{Thể tích hình chóp } S.ABC : V = \frac{1}{3}SA.S = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3 \quad (0.5đ)$$

b. (2.đ)

+ Chứng minh $AE \perp (SBC) : (1đ)$

$SC \perp AE$ (vì $SC \perp (\alpha), AE \subset (\alpha)$)

$BC \perp (SAB)$ (vì $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ (vì $SA \perp (ABC)$))

$\Rightarrow BC \perp AE$

vậy $AE \perp (SBC)$

+ Chứng minh các điểm A, B, C, E, F cùng nằm trên một mặt cầu (1đ)

$AF \perp SC$ (vì $SC \perp (\alpha)$)

$AE \perp SB$ (vì $AE \perp (SBC)$)

Vậy có điều phải chứng minh (các điểm B, E, F cùng nhìn A và C dưới góc vuông)

c. (2đ)

ΔSEF đồng dạng với ΔSCB (vì: tam giác vuông có góc nhọn chung) (1đ)

$$\frac{S_{\Delta SEF}}{S_{\Delta SCB}} = \left(\frac{SE}{SC}\right)^2 = \left(\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{1}{10} \quad (1đ)$$

(tam giác vuông SAB và tam giác vuông SAC cho $SE = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SC = \sqrt{AC^2 + SA^2} = a\sqrt{5}$)

d. (2đ)

$$\frac{V_{S.AEF}}{V} = \frac{\frac{1}{3}S_{\Delta SEF} \cdot AE}{\frac{1}{3}S_{\Delta SCB} \cdot AE} = \frac{S_{\Delta SEF}}{S_{\Delta SCB}} = \frac{1}{10} \quad (0.5đ)$$

$$\frac{V_{S.AEF} + V_{A.BCFE}}{V} = 1 \Rightarrow \frac{V_{A.BCFE}}{V} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \quad (1đ)$$

$$\Rightarrow V_{A.BCFE} = \frac{9}{10}V = \frac{9}{10} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}a^3 = \frac{3\sqrt{3}}{20}a^3 \quad (0.5đ)$$

Bài 2 (2đ)

Giả sử (α) cắt AC, AD lần lượt tại P và Q . Khi đó hình chóp $A.MPQ$ và $A.BCD$ là đồng dạng.

$\frac{AM}{AB} = k \Rightarrow$ tỉ số thể tích của hai hình chóp trên là k^3 . (1đ)

(α) chia tứ diện thành hai phần có thể tích bằng nhau khi và chỉ khi $k^3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. Vậy M là

điểm trên AB thỏa $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ (1đ)

Bài 1. (1.5đ)

Cho hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{|x|}}$.

- Tìm tập xác định của hàm số.
- Xét tính chất đơn điệu của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$

Bài 2. (2.5đ)

Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx + y = 3m \\ x + my = 2m + 1 \end{cases}$$

- Giải hệ ứng với $m = 1$.
- Biện luận theo tham số m số lượng nghiệm của hệ phương trình:

Bài 3. (2đ)

Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + xy + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

Bài 4. (2đ)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(-1; 1)$, $B(2; 2)$.

- Chứng minh rằng các điểm O, A, B không thẳng hàng.
- Chứng tỏ tam giác OAB là tam giác vuông. Tính diện tích của tam giác OAB .

Bài 5. (2đ)

Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài của cạnh là a . M là điểm trên thỏa $3\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{AB} = \vec{0}$. N là điểm bất kỳ trên đường thẳng AD .

- Chứng tỏ các điểm A, B, M thẳng hàng.
- Tính các tích vô hướng sau: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MN}$

Bài 1. (1.5đ)

a. (0.5đ)

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

b. (1đ)

$$x_1, x_2 \in (0; +\infty), 0 < x_1 < x_2 \Rightarrow |x_1| < |x_2| \Rightarrow \sqrt{|x_1|} < \sqrt{|x_2|} \quad (\text{tính chất bất đẳng thức})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{|x_2|}} < \frac{1}{\sqrt{|x_1|}}. \text{ Vậy hàm nghịch biến trên } (0; +\infty)$$

Bài 2. (2.5đ)

$$D = \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1 \quad (0.25\text{đ})$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 3m & 1 \\ 2m+1 & m \end{vmatrix} = 3m^2 - 2m - 1; (0.25\text{đ})$$

$$D_y = \begin{vmatrix} m & 3m \\ 1 & 2m+1 \end{vmatrix} = 2m^2 - 2m \quad (0.25\text{đ})$$

a. (0.75)

$$m = 1; D = D_x = D_y = 0;$$

$$\text{Vô số nghiệm thỏa: } \begin{cases} x = \alpha \\ y = 3 - \alpha \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

b. (1đ)

$$D = 0 \Leftrightarrow (m = -1 \text{ hoặc } m = 1) \quad (0.25\text{đ})$$

Trường hợp $m = 1$: Phương trình có vô số nghiệm. (0.25đ)

Trường hợp $m = -1$: $D = 0, D_x \neq 0$. Phương trình vô nghiệm. (0.25đ)

Trường hợp $m \neq 1$ và $m \neq -1$: $D \neq 0$. Phương trình có nghiệm duy nhất. (0.25đ)

Bài 3. (2đ)

$$\text{Đặt } S = x + y; P = xy;$$

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} S + P = 5 \\ S^2 - 2P = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (S = -5; P = 10) & (1) \\ (S = 3; P = 2) & (2) \end{cases} \quad (1\text{đ})$$

(1) Phương trình $t^2 - St + P = 0$ vô nghiệm (0.5đ)

(2) Phương trình $t^2 - St + P = 0$ cho ta $t_1 = 1; t_2 = 2$

Nghiệm của hệ $(x = 1; y = 2), (x = 2; y = 1)$ (0.5đ)

Bài 4. (2đ)

$\vec{OA} = (-1; 1), \vec{OB} = (2; 2)$. \vec{OA} và \vec{OB} không cùng phương $\Rightarrow O, A, B$ không thẳng hàng. (0.5đ)

$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0 \Rightarrow \vec{OA} \perp \vec{OB} \Rightarrow \Delta OAB$ vuông tại O. (0.5đ)

$$OA = \sqrt{2}; OB = 2\sqrt{2}. S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = 2 \quad (1\text{đ})$$

Bài 5. (2đ)

a. (0.5đ)

$$\vec{AM} = -\frac{2}{3}\vec{AB} \Rightarrow \text{đpcm.}$$

b. (1.5đ)

$$\vec{AB} \cdot \vec{CA} = -\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -\vec{AB} \cdot \vec{AB} = -a^2 \quad (\text{B là hình chiếu vuông góc của C lên AB}) \quad (0.5\text{đ})$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{MN} = \vec{AB} \cdot \vec{MA} = -\vec{AB} \cdot \vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}^2 = \frac{2}{3}a^2. \quad (1\text{đ})$$

TRƯỜNG THPT VÕ MINH ĐỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ I (Năm học 2009-2010)

Môn: Toán. Lớp 11. Thời gian: 90 phút

Bài 1. (4đ)

Giải các phương trình sau:

a. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

b. $5 \sin^2 x + 3 \sin 2x + \cos^2 x = 0$

c. $\cot x = 1 + \cos 2x$

Bài 2. (2đ)

Một thùng hàng hóa có 10 sản phẩm, trong đó có 7 sản phẩm tốt (đạt chất lượng) và 3 sản phẩm xấu (kém chất lượng). Người ta chọn ngẫu nhiên 3 sản phẩm cùng một lúc.

a. Tính Xác suất để các sản phẩm được chọn có 2 sản phẩm tốt và 1 sản phẩm xấu.

b. Người ta không nhận thùng hàng nếu như cách chọn trên có ít nhất một sản phẩm xấu. Tính xác suất để không nhận thùng hàng đó.

Bài 3. (1đ)

Một Robot điện tử di chuyển trong mặt phẳng tọa độ Oxy từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến điểm $M(8;5)$.

Mỗi bước di chuyển, Robot chỉ di chuyển được một đoạn có độ dài 1 đơn vị qua phải (cùng hướng với véc tơ đơn vị \vec{i} của trục Ox), hoặc lên trên (cùng hướng với véc tơ đơn vị \vec{j} vị trục Oy).

a. Robot phải thực hiện bao nhiêu bước để đến được điểm M ?

b. Robot có bao nhiêu cách để di chuyển đến điểm M ?

Bài 4. (3đ)

Cho hình chóp $S.ABCD$ biết $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD ; K là một điểm thuộc cạnh AD .

a. Chứng minh ON song song với mặt phẳng (SAB) . Tìm giao điểm của CK với mặt phẳng (OMN)

b. Chứng minh BN, CM, SO đồng qui.

Bài 1. (4đ)

a. (1.5đ)

$$PT \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} - 2x = x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ \frac{\pi}{6} - 2x = -x - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in Z) \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in Z) \quad (0.5đ)$$

b. (1đ)

$$5 \sin^2 x + 3 \sin 2x + \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 5 \tan^2 x + 6 \tan x + 1 = 0 \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = -\frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{1}{5}\right) + k\pi \end{cases} \quad (k \in Z) \quad (0.5đ)$$

c. (1.5đ)

$$\cot x = 1 + \cos 2x \Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} = 2 \cos^2 x \Leftrightarrow \cos x \left(\frac{1}{\sin x} - 2 \cos x\right) = 0 \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 1 - 2 \sin x \cos x = 0 \end{cases} \quad (\text{chú ý } \sin x \neq 0 \text{ luôn thỏa}) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin 2x = 1 \end{cases} \quad (0.5đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in Z) \quad (0.5đ)$$

Bài 2. (2đ)

Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega| = C_{10}^3 \quad (0.25đ)$

a. (1đ)

Gọi A là biến cố chọn được 2 sản phẩm tốt.

Số cách chọn 2 sản phẩm tốt: C_7^2

Số cách chọn 1 sản phẩm xấu: C_3^1

$$|\Omega_A| = C_7^2 \cdot C_3^1 \quad (0.5đ)$$

$$\text{Xác suất của } A : p(A) = \frac{C_7^2 \cdot C_3^1}{C_{10}^3} = \frac{21}{40} \quad (0.5đ)$$

b. (0.75)

Gọi B là biến cố chọn được tất cả (3 sản phẩm) là sản phẩm tốt \Rightarrow biến cố không chọn thùng hàng

$$\text{là: } \bar{B}. \quad p(B) = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{24} \quad (0.25đ) \quad P(\bar{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24} \quad (0.5đ)$$

Bài 3. (1đ) a. Robot thực hiện $8 + 5 = 13$ (8 bước qua phải, 5 bước lên trên) (0.25đ)

$$\text{b. Tổng số cách: } C_{13}^8 = C_{13}^5 = 11 \cdot 3 \cdot 13 = 429 \quad (0.5đ)$$

(vì: Xem mỗi cách thực hiện là một dãy 13 vị trí, trong đó có đúng 8 vị trí bước qua phải (khi đó 5 bước lên trên), 8 bước này được bố trí vào 13 chỗ. Như vậy mỗi một cách chọn tương ứng một tổ hợp chập 8 từ 13 phần tử) (0.25đ)

Bài 4. (3đ) Hình vẽ (yêu cầu đúng quan hệ // một cách tương đối) (0.5đ)

a. (1.5đ) + Chứng minh $ON // (SAB)$ (0.5đ) Vì $ON // SB$ (tính chất đường trung bình trong ΔSBD); $SB \subset (SAB)$

+ Vẽ đúng giao điểm H của CK và mặt phẳng (OMN) (0.25đ) (qua O kẻ đường (d) song song với AD , (d) cắt CK tại H) (0.5đ)

+ Chứng minh H là điểm chung của CK và (OMN) (0.5đ) (vì $(d) // MN$ nên xác định mặt phẳng, chính là mặt (OMN))

b. (1đ) Chứng minh được BN, CM, SO đồng qui (1đ)

Chẳng hạn: + BN, CM, SO không đồng phẳng

+ BN, CM, SO đôi một cắt nhau (vì BN cắt CN: tính chất đường chéo hình thang BMNC; CM cắt SO: tính chất 2 đường trung tuyến trong ΔSAC ; SO cắt BN: tính chất 2 trung tuyến trong ΔSBD)